Croyances, certitudes et rationalité minimale des agents humains[1]

Daniel Vanderveken*
Université du Québec, Trois-Rivières,

Résumé : La logique classique tend à réduire les propositions à leurs conditions de vérité. Cependant, les propositions ayant la même valeur de vérité en chaque circonstance possible ne sont pas pour autant les contenus des mêmes pensées, ni les sens d'énoncés synonymes. Je définirai d'abord un critère beaucoup plus fin d'identité propositionnelle qui tient compte des prédications que nous faisons en exprimant et en comprenant des propositions. Dans mon optique, les propositions ont une structure de constituants. Elles prédiquent des attributs d'objets subsumés sous des concepts. Nous ignorons en quelles circonstances possibles la plupart des propositions sont vraies car nous ignorons les dénotations réelles de leurs attributs et concepts. En les comprenant, nous savons juste que leur vérité en chaque circonstance est compatible avec certaines assignations possibles de dénotations à leurs constituants et incompatibles avec d'autres. Ainsi les propositions ont des conditions de vérité possibles en plus de leurs conditions de vérité réelles à la Carnap. J'expliquerai pourquoi bien des propositions strictement équivalentes n'ont pas la même valeur cognitive. Je définirai la *notion de vérité selon un agent* et une *implication propositionnelle forte* qui est connue *a priori* en vertu de la compétence. Je formulerai aussi une logique de la croyance compatible avec la philosophie de l'esprit expliquant pourquoi les agents humains sont minimalement plutôt que parfaitement rationnels dans leurs pensées et actes de langage. Les paradoxes épistémiques bien connus sont résolus.

Mots clés : vérité, pensée, raisonnement, attitude, croyance, savoir, certitude, cohérence, actes illocutoires, assertion, rationalité et imperfection des agents humains, proposition, logique propositionnelle, prédication, référence, nécessité et impossibilité logique, implications stricte, analytique, tautologique et forte, logique épistémique, paradoxes.

---

[1] Cet article est la version française révisée de ma contribution « Truth, Belief and Certainty in Epistemic Logic » à la 9ème Réunion sur Sens et Dénotation de la société allemande de sémantique à Nimègue en novembre 2004. Voir E. Maier *et als* (dirs) ***Proceedings of Sinn und Bedeutung 9*** [2005] www.ru.nl/ncs/sub9

* www.vanderveken.org

Abstract: Standard logic tends to reduce propositions to their truth conditions. However propositions with the same truth conditions are not the contents of the same thoughts just as they are not the senses of synonymous sentences. I will first define a much finer criterion of propositional identity that takes into account predications that we make in expressing propositions. In my view, propositions have a structure of constituents. We ignore in which possible circumstances most propositions are true because we ignore real denotations of their attributes and concepts. In understanding them we just know that their truth in each circumstance is compatible with certain possible denotation assignments to their constituents and incompatible with others. So propositions have possible in addition to real truth conditions. I will explain why strictly equivalent propositions can have a different cognitive value. I will define the notion of truth according to an agent and a strong propositional implication that is known *a priori*. I will also formulate a logic of belief that is compatible with philosophy of mind. Human agents are minimally rather than perfectly rational in my logic. Epistemic paradoxes are solved.

Keywords: truth, thought, reasoning, attitude, belief, knowledge, certainty, consistency, illocutionary act, assertion, minimal and imperfect rationality of human agents, proposition, propositional logic, predication, reference, logical necessity and impossibility, strict, analytic, tautological and strong implications, epistemic logic, paradoxes.

1. Identité propositionnelle et vérité selon la prédication

En philosophie, les propositions sont à la fois des *sens d'énoncés* pourvus de conditions de vérité et des *contenus de pensées conceptuelles* comme les attitudes et les actes illocutoires. Afin de rendre compte de leur double nature, je procéderai ici à une analyse plus fine de leur forme logique en termes de prédication. Voici les principes de base de mon approche[2] :

---

[2] Voir *Formal Ontology, Propositional Identity and Truth According to Predication* [2003], "Propositional Identity, Truth According to Predication and Strong Implication" [2005] et "Universal Grammar and Speech Act Theory" [2001] pour une présentation plus générale de la théorie.

1.1 Chaque proposition a une structure finie de constituants.

Quiconque exprime une proposition *prédique* en un certain ordre certains *attributs* (propriétés ou relations) d'objets auxquels il fait *référence*[3]. Pour comprendre une proposition il faut avant tout comprendre quels *attributs* les objets de référence doivent posséder en une circonstance afin que cette proposition y soit vraie. Nous n'avons pas directement à l'esprit des objets individuels comme les corps matériels et les personnes. Nous avons plutôt à l'esprit des *concepts* d'individus et toute référence à eux se fait *indirectement via* ces concepts. Ainsi nos pensées sont dirigées vers des *individus* subsumés *sous un concept* plutôt que vers de purs *individus*. Certains concepts sont dépourvus de dénotation en des circonstances. En reconnaissant le rôle indispensable des concepts lors de toute référence, la logique peut rendre compte des pensées dirigées vers des objets inexistants comme le père Noël. Elle peut aussi rendre compte des prédications de *propriétés intensionnelles*, comme celle d'être aimé, dont la possession dépend de la nature du concept sous lequel est subsumé l'objet de référence. César aimait sans doute son fils adoptif Brutus sans pour autant aimer celui qui allait le poignarder le jour de sa mort.

L'idée de Frege selon laquelle les constituants propositionnels sont des sens explique clairement la différence de valeur cognitive entre les deux propositions que Cicéron est Cicéron et que Cicéron est Tullus. Nous savons *a priori* en vertu de notre compétence la vérité de la première proposition alors que nous devons apprendre la vérité de la seconde. L'idée de Frege, en plus, préserve la

[3] La prédication dont j'entends traiter est indépendante de la force et du mode psychologique. Nous faisons la même prédication lorsque nous exprimons une croyance ou un doute à propos d'un même état de choses.

rationalité minimale des locuteurs[4]. Nous pouvons ignorer que Cicéron a l'autre nom propre et croire à tort que Cicéron n'est pas Tullus. Mais il nous est impossible de croire que Cicéron n'est pas Cicéron. Nous ne pourrions pas être si incohérents. Ainsi la logique épistémique doit rejeter la référence directe[5] et l'externalisme. Comme Frege, Church et Strawson je pense que tout objet de référence est subsumé *sous un concept.* Les noms propres sont souvent introduits dans une langue par une déclaration initiale. Un locuteur donne alors en faisant une énonciation performative un certain nom propre à un objet qu'il perçoit ou découvre[6]. Ensuite les locuteurs de la communauté linguistique adoptent le nom en question et ils continuent de l'utiliser pour se référer à l'objet initialement baptisé. Plus tard, des locuteurs ne sachant pas grand chose de l'objet nommé peuvent toujours se référer à lui sous le concept d'être l'objet *nommé* par ce nom propre lors d'un discours antérieur. Les interprétations possibles du langage doivent donc considérer dans leur domaine deux ensembles de *sens* : l'ensemble *Concepts* des concepts individuels et celui *Attributs* des attributs d'individus en plus que l'ensemble *Individus* des objets individuels qui sont de pures dénotations.

1.2 Une relation logique de correspondance lie les sens et les dénotations.

Aux constituants propositionnels *correspondent des dénotations réelles* de certains types en chaque circonstance possible. Ainsi l'individu qui tombe sous un concept individuel c_e en une circonstance est la dénotation qui correspond à ce concept en cette circonstance. Autrement, le concept y est dépourvu de dénotation. De même, à chaque attribut R_{n} de degré n d'individus correspond en chaque

---

4 La notion de *rationalité minimale* vient de Cherniak [1986]

5 La théorie de la *référence directe* est défendue par Kaplan dans « On the Logic of Demonstratives » [1979]

6 L'idée est de Saul Kripke. Voir « Naming and Necessity » [1972]

circonstance l'ensemble des séquences de n objets sous concept qui y possèdent cet attribut[7]. Une *circonstance possible* est ici un état complet du monde réel à un moment *m* dans un cours possible d'histoire *h* de ce monde. Comme en logique du temps ramifié, l'ensemble *Circonstances* des circonstances possibles contient des paires de la forme *m/h* où *m* est un moment appartenant à une histoire *h*. À cause de l'indéterminisme, il y a souvent différentes continuations historiques possibles d'un moment *m*. Celle qui adviendra, h_m, n'est pas encore déterminée au moment *m*. Mais elle représente comment le monde continuerait si ce moment était actuel. C'est l'histoire propre à ce moment. Les choses individuelles changent au cours de leur existence. Ainsi différentes dénotations peuvent correspondre au même concept ou attribut à différents moments. Cependant les individus ont leurs attributs essentiels en toutes les circonstances où ils existent. Par exemple, chaque être humain garde le même code génétique.

Notre connaissance du monde est incomplète. Nous ne savons pas les dénotations réelles en chaque circonstance de la plupart des constituants propositionnels. Nous ignorons aussi beaucoup de propriétés essentielles des objets. Ainsi nous nous *référons* souvent à un objet *via* un concept sans connaître cet objet. L'officier de police qui poursuit le meurtrier de Dupont peut juste se référer à quiconque dans le monde est ce meurtrier. Le concept donne des *critères d'identité* pour l'objet de référence (être le meurtrier de Dupont). Mais peu de critères d'identité nous permettent d'*identifier* l'objet. Qui plus est l'*objet* auquel nous nous référons est parfois différent de la *dénotation* de notre concept[8]. Des meurtriers présumés sont parfois innocents. Il arrive aussi qu'aucun objet ne satisfasse nos critères d'iden-tité. Dupont aurait pu mourir de mort naturelle.

[7] A. Church introduit la *relation de correspondance* dans la logique intensionnelle. Voir "A Formulation of the Logic of Sense and Denotation" [1951]

[8] Voir S. Kripke "Speaker Reference and Semantic Reference" [1977]

Quiconque *conçoit* des constituants propositionnels peut toujours leur assigner des dénotations possibles de type approprié. Le chef de police qui ignore l'identité du meurtrier peut à tout le moins penser à différentes personnes qui auraient pu com-mettre le crime. D'un point de vue logique, il y a un grand nombre d'assignations possibles de dénotations aux cons-tituants propositionnels. Pareilles assignations sont des fonctions de l'ensemble ((*Concepts* x *Circonstances*) $\to$ *Individus*) $\cup$ ((*Attributs* x *Circonstances*) $\to \bigcup_{1 \leq n} P(Concepts^n)$).

Cependant, d'un point de vue cognitif, seulement certaines entités pourraient être selon nous des dénotations des attributs et concepts que nous concevons dans les circonstances que nous considérons. Quiconque se réfère à un objet considère qu'il pourrait avoir certaines propriétés mais pas d'autres. Ainsi certaines assignations possibles de dénotation sont incompatibles avec nos croyances. Supposons que le chef de police au début de son investigation croit que Dupont a été assassiné par sa femme. Seules les assignations possibles de dénotations selon lesquelles la même personne tombe sous les deux concepts (être le meurtrier de Dupont et être sa femme) sont alors compatibles avec ses croyances.

Attribuons à l'assassin de Dupont la propriété d'être fou. Il est clair que nous ne savons pas *a priori* quelles sont les dénotations actuelles du concept et de la propriété de cette prédication. Mais nous pouvons considérer bien des dénotations que ces sens pourraient avoir. Selon une première assignation possible des dénotations, un suspect, Paul, serait le meurtrier de Dupont et ce suspect serait fou. Selon une seconde la femme de Dupont, Julie, serait le meurtrier mais elle ne serait pas folle. Selon une troisième, Dupont n'aurait pas été assassiné. Bien entendu nous devons faire une investigation empirique pour vérifier la prédication en question. Cependant nous savons tous en vertu de notre compétence que cette prédication est satisfaite en une circonstance si et seulement si l'individu qui tombe sous son concept possède sa propriété en cette même circonstance.

Ainsi nous savons *a priori* que la proposition élémentaire que le meurtrier de Dupont est fou est vraie selon la première assignation possible de dénotation considérée plus haut et fausse selon les deux autres.

Nous respectons des *postulats de signification* dans notre utilisation et compréhension du langage. Nous associons des dénotations du type approprié à chaque concept individuel c_e et attribut R_n en les circonstances possibles que nous considérons. Ainsi $val\ (c_e,\ m/h) \in Individus$ quand selon *val* le concept c_e a une dénotation en la circonstance m/h.[9] Et $val\ (R_n,\ m/h) \in \mathcal{P}(Concepts^n)$). En outre, nos assignations possibles de dénotations respectent les *relations internes* qui existent entre les constituants propositionnels à cause de leur forme logique. Nous savons *a priori* que des individus subsumés sous deux concepts sont *identiques* quand ces deux concepts ont la même dénotation. Ainsi pour chaque assignation possible *val*, $<c_e^1,\ c_e^2> \in val\ (=,\ m/h)$ quand $val\ (c_e^1,\ m/h) = val\ (c_e^2,\ m/h)$. Comme il faut s'y attendre, parmi les assignations possibles de dénotations il y en a une spéciale *l'assignation réelle* (symboliquement *val**) qui associe à chaque concept et attribut sa *réelle dénotation* en chaque circonstance possible. Nous ignorons quelles sont les dénotations réelles de beaucoup de concepts et d'attributs. Cependant il nous est impossible d'en avoir un à l'esprit sans pour autant croire qu'il pourrait avoir certaines dénotations et pas d'autres en des circonstances données. (Le chef de police à la recherche de l'assassin de Dupont croit ne pas être cet assassin.) Ainsi à chaque agent *a* et moment *m* correspond un ensemble unique contenant toutes les assignations possibles de dénotations qui sont compatibles avec les croyances de cet agent à ce moment. Supposons que l'agent *a* croit au moment *m* qu'un individu sous concept c_e a (ou pourrait avoir) la propriété R_1 en une certaine circonstance

[9] Autrement, soit l'assignation *val* est une fonction partielle indéfinie pour le concept en question soit ce concept a une dénotation arbitraire comme l'ensemble vide selon cette assignation. Voir Carnap *Meaning and Necessity* [1956]

m/h. Alors chaque (au moins une) assignation de dénotation *val* $\in$ *Val*(*a*,*m*) est telle que $c_e \in val$ (R_1, *m/h*). Nous, les agents humains, sommes par nature cohérents de façon minimale. Il nous est impossible de croire que le même objet individuel a et n'a pas la même propriété en la même circonstance. Ainsi l'ensemble *Val*(*a*,*m*) est un sous-ensemble propre de l'ensemble entier *Val* quand l'agent *a* est conscient au moment *m*.

1.3 Les conditions possibles de vérité des propositions

Par définition une prédication de la forme ($R_n\, c_e^1,\ldots, c_e^n$) dont l'attribut R_n est appliqué à *n* individus sous concepts $c_e^1,\ldots, c_e^n$ en cet ordre est satisfait en une circonstance *m/h* selon une assignation de dénotation *val* quand $< c_e^1,\ldots, c_e^n > \in val(R_n, m/h)$. Ainsi toute assignation possible complète de dénotation *val* associe certaines *conditions possibles de vérité* à chaque proposition élémentaire. Si en effet l'assignation *déterminait les dénotations réelles* de ses constituants, la proposition élémentaire *serait* alors *vraie* en toutes et seulement les circonstances possibles où sa prédication est satisfaite selon cette assignation. Il y a peu de propositions élémentaires *analytiquement vraies* dont nous savons *a priori* que les objets possèdent l'attribut prédiqué. Ainsi nous ignorons en quelles circonstances possibles la plupart des propositions élémentaires sont vraies. Cependant nous savons tous en appréhendant la forme logique que la vérité en chaque circonstance de toute proposition élémentaire est compatible avec les seules assignations possibles de dénotations qui y satisfont sa prédication. Ainsi dans mon approche les propositions ont avant tout des *conditions possibles de vérité.* Elles *pourraient être vraies* en différents ensembles de circonstances possibles étant donné les dénotations possibles que leurs constituants pourraient avoir dans la réalité. Si nous considérons un nombre *n* de circonstances possibles nous pouvons distinguer 2^n conditions de vérité possibles. Formellement, chaque proposition élémentaire a autant de *conditions possibles de vérité* qu'il y a d'ensembles différents de circonstances possibles où cette proposition est vraie selon une certaine assignation possible de dénotation à ses constituants. Bien entendu, d'un point de vue cognitif, seules certaines conditions possibles de vérité sont com-patibles avec nos croyances. Pour qu'une proposition *puisse être vraie selon un agent* à un moment, il faut qu'elle y soit vraie selon au moins une assignation possible de dénotation $val \in Val(a,m)$ compatible avec les croyances de cet agent à ce moment. Ainsi, par exemple, selon le chef de police au début de son investigation la femme de Dupont mais pas Paul pourrait être le meurtrier de Dupont.

Parmi toutes les conditions possibles de vérité d'une proposition il y a bien entendu *ses conditions de vérité caractéristiques réelles* qui correspondent à l'ensemble des circonstances possibles où elle est vraie. Carnap n'a pas considéré d'autres conditions possibles de vérité. Par définition, *l'assignation réelle de dénotation val$*$* associe à chaque proposition élémentaire ses conditions de vérité réelles.

1.4 Définition récursive de l'ensemble des propositions

Selon mon analyse, les propositions ont *une structure de constituants* : elles servent à faire un nombre positif fini de prédications. Pour faire une prédication de la forme $(R_n c_e^1,\ldots, c_e^n)$, il faut avoir à l'esprit son attribut et ses objets sous concepts. Il faut aussi appliquer cet attribut à ces objets dans l'ordre approprié. On fait deux prédications différentes en pensant que Marie aime Jean et en pensant que Jean aime Marie. Les deux propositions élémentaires ont les mêmes constituants mais différentes conditions de vérité. Cependant l'ordre de la prédication importe dans la seule mesure où il affecte les conditions de vérité. Quand, par exemple, la prédication binaire prédiquée est symétrique, il n'importe aucunement. Les propositions selon lesquelles Cicéron est Tullus et Tullus est Cicéron sont iden-tiques. On fait la même prédication en les exprimant. Pour cette raison, une prédication de la forme $(R_n c_e^1,\ldots, c_e^n)$ ne peut être identifiée avec la séquence correspondante

$< R_n c_e^1,\ldots, c_e^n >$. Elle est plutôt, d'un point de vue logique, une paire ordonnée dont le premier élément est l'ensemble de ses constituants propositionnels $\{R_n, c_e^1,\ldots, c_e^n\}$ et le second élément est l'ensemble des circonstances possibles où elle est satisfaite selon l'assignation réelle *val**. Pareille explication identifie les prédications dont l'ordre différent détermine les mêmes conditions de vérité. Ainsi l'ensemble *Prédications* de toutes les prédications est un sous-ensemble de $\mathcal{P}(Concepts \cup Attributs) \times (\mathcal{P}Circonstances)$.

En plus d'une structure de constituants, les propositions ont aussi des *conditions possibles de vérité*. Comme on l'a vu, leur vérité en chaque circonstance possible est compatible avec un certain nombre d'assignations possibles de dénotation à leurs constituants et incompatibles avec les autres. *Les propositions élémentaires* sont les propositions les plus simples. Elles servent à faire une seule prédication et leur vérité en chaque circonstance possible est compatible avec les seules assignations possibles de dénotation selon lesquelles leur prédication y est satisfaite. Les autres propositions plus complexes sont obtenues en appliquant des opérations vérifonctionnelles modales et autres. Les propositions complexes sont en général composées de plusieurs propositions élémentaires. Quand elles en contiennent une seule, elles ne sont pas vraies selon les mêmes assignations possibles de dénotation que leur proposition élémentaire.

Les fonctions de vérité ne changent pas la structure de constituants. Elles font seulement les prédications de leurs arguments. Ainsi la négation $\neg$P a la structure de constituants de P. La *conjonction* (P $\wedge$ Q) et la *disjonction* (P $\vee$ Q) de deux propositions P et Q sont composées de leurs propositions élémentaires. À la différence des fonctions de vérité, les propositions modales et épistémiques servent à faire de nouvelles prédications *d'attributs modaux et épis-témiques*. En pensant qu'il est impossible que Dieu se trompe, nous faisons plus qu'attribuer à Dieu la propriété de ne pas se tromper. Nous Lui attribuons aussi la propriété modale d'infaillibilité, à savoir qu'Il ne se trompe en aucune circonstance possible. L'infaillibilité est la nécessitation de la propriété de ne pas se tromper. De même, quand nous pensons que le pape croit que Dieu existe, nous faisons plus que prédiquer de Dieu la propriété d'existence, nous Lui attribuons aussi la propriété d'être existant selon le pape. La propriété d'être existant selon un agent est une *propriété épistémique* bien différente de celle d'être existant. Les agents peuvent croire à tort qu'un objet existe. Qui plus est, ils ignorent l'existence de beaucoup d'objets existants.

Les nouveaux attributs des propositions modales et épistémiques restent de premier ordre. Les attributs modaux d'individus sont obtenus d'attributs plus simples d'individus en quantifiant universellement ou existentiellement sur l'ensemble des circonstances possibles. Ce sont des *nécessitations* ou des *possibilisations* d'attributs plus simples. Ainsi un objet sous concept c_e possède la nécessitation $\blacksquare R_1$ d'une propriété quand il possède cette propriété en toutes circonstances possibles[10]. Les *attributs épistémiques* de la forme aR_n sont aussi de premier ordre. Ils sont satisfaits par des suites d'objets sous concepts qui satisfont selon l'agent a l'attribut plus simple R_n. On peut les analyser grâce à une relation de compatibilité Croyance^a_m entre assignations possibles de dénotation tenant compte des croyances que l'agent a pourrait avoir à chaque moment m. Tout d'abord, quiconque a une croyance particulière est capable de déterminer ce qui doit se passer pour que cette croyance soit vraie[11]. Il a donc alors à l'esprit les attributs et concepts de cette croyance. Pour croire que Descartes n'est pas un janissaire, il faut comprendre la propriété d'être un janissaire. Selon toute assignation possible de dénotation *val* chaque agent a à l'esprit un certain ensemble *val(a,m)* de constituants propositionnels à chaque moment m et l'agent a

[10] Plus généralement, la *nécessitation* $\blacksquare R_n$ d'un attribut R_n obéit au postulat de signification : $< c^1_e,\ldots,c^n_e > \in val(\blacksquare R_n, m/h)$ quand, pour chaque m'/h', $< c^1_e,\ldots,c^n_e > \in val\ (R_n\ , m'/h')$. Voir G. Bealer ***Quality and Concept*** [1982] pour la logique intensionnelle des attributs.

[11] Une croyance avec des conditions de vérité indéterminées serait une croyance sans véritable contenu, c'est-à-dire pas une véritable croyance.

alors des croyances à propos des dénotations de ces constituants en certaines (mais généralement pas toutes les) circonstances possibles.

La relation $Croyance^{a}_{m}$ sert à déterminer la nature exacte de ces croyances. Supposons que selon l'assignation de dénotation *val* l'agent *a* croit au moment *m* que certains concepts et attributs ont telles et telles dénotations en telles et telles circonstances possibles. Une assignation possible de dénotation *val'* est *compatible avec ce que l'agent a croit alors selon l'assignation val* (en symboles val*'* $\in Croyance^{a}_{m}(val)$) quand selon *val'* cet agent a à l'esprit au même moment ces concepts et attributs et que ceux-ci ont les mêmes telles et telles dénotations en les mêmes telles et telles circonstances possibles. Si donc selon l'assignation *val* l'agent *a* croit au moment *m* qu'un individu *u* tombe sous un certain concept c_e en la circonstance *m/h* alors $u = val'(c_e, m/h)$ selon toute assignation compatible $val' \in Croyance^{a}_{m}(val)$. Le concept c_e cependant pourrait avoir selon l'assignation compatible *val'* une autre dénotation $val'(c_e, m'/h') \neq val(c_e, m'/h')$ en une autre circonstance possible *m'/h*' que l'agent ne considère pas selon va*l*.

Quiconque a une croyance croit qu'il a cette croyance. Par définition, la relation de compatibilité épistémique correspondant à $Croyance^{a}_{w}$ est transitive. Mais elle n'est pas réflexive ni symétrique[12]. Qui plus est, l'ensemble $Croyance^{a}_{m}(val^*)$ déterminant les croyances réelles de l'agent *a* au moment *m* est évidemment l'ensemble *Val(a,m)* défini auparavant. Comme on peut s'y attendre, un objet subsumé sous le concept c_e possède selon l'agent *a* la propriété R_1 en une circonstance *m/h* [symboliquement : $c_e \in val^*(aR_1, m/h)$] quand selon toutes les assignations $val' \in Val(a,m)$ cet objet a cette propriété en cette

[12] Car l'agent *a* au moment *m* pourrait avoir des croyances fausses. Il pourrait aussi selon l'évaluation compatible *val'* avoir à l'esprit des constituants nouveaux. L'assignation initiale *val* pourrait alors ne pas respecter les nouvelles croyances que l'agent *a* possède selon l'assignation compatible *val'* au moment *m.*

circonstance[13]. Bien entendu, l'agent *a* n'a aucune croyance au moment *m* selon *val* quand l'ensemble $Croyance^{a}_{m}(val)$ est l'ensemble entier de toutes les assignations possibles de dénotation. En pareil cas, l'ensemble de constituants *val(a,m)* est donc vide. L'agent n'a alors à l'esprit aucun attribut ou concept.

Quelles sont les *conditions possibles de vérité des propositions complexes* ? Nous les déterminons en respectant des postulats de signification évidents gouvernant les opérations propositionnelles logiques. La négation vérifonctionnelle $\neg$P est vraie en une circonstance possible selon une assignation possible de dénotation à ses constituants quand la proposition P n'y est pas vraie selon cette assignation. La conjonction (P $\wedge$ Q) est vraie en une circonstance selon une assignation de dénotation quand les deux conjoints P et Q y sont vrais selon cette assignation. La proposition modale ■P qu'il est logiquement nécessaire que P est vraie selon une assignation en une circonstance possible quand la proposition P est vraie selon cette assignation en toutes les circonstances possibles. Finalement, la proposition a*Croit* P que l'agent *a* croit que P est vraie en une circonstance *m/h* selon une assignation de dénotation *val* quand selon cette assignation l'agent a à l'esprit au moment *m* tous les constituants de P et cette proposition P est vraie à ce moment dans l'histoire h_m selon toutes les assignations $val' \in Croyance^{a}_{m}(val)$ compatibles avec ce que cet agent croit à ce moment selon elle (*val*). Quand nous croyons à un moment une proposition future cette proposition est vraie selon nous dans l'histoire encore qui sera la continuation actuelle de ce moment.

Il y a deux cas limites de conditions de vérité. Parfois la proposition est vraie selon toute assignation possible de dénotation à ses constituants. C'est une pure *tautologie*. Parfois elle n'est vraie selon aucune. C'est une

[13] Plus généralement, les attributs épistémiques de la forme aR_n obéissent au postulat de signification : $< c^1_e,\ldots,c^n_e > \in val(aR_n,m/h)$ quand selon toutes les assignations $val' \in Croyance^{a}_{m}(val)$, $<c^1_e,\ldots,c^n_e> \in val'(R_n,m/h)$.

pure *con-tradiction*. Selon mon analyse, les *tautologies* ont la seule *condition de vérité universelle* correspondant à l'ensemble de toutes les circonstances possibles et les *contradictions* la seule *condition de vérité vide* correspondant à l'ensemble vide. Ainsi les tautologies (et les contradictions) sont des cas particuliers de propositions *nécessairement vraies* (et *néces-sairement fausses*). Les tautologies sont aussi *a priori* et analytiquement vraies et les contradictions *a priori* et analytiquement fausses[14].

1.5 *Le nouveau critère d'identité propositionnelle*

Des propositions identiques ont la même structure de constituants et elles sont vraies en les mêmes circonstances possibles selon les mêmes assignations possibles de dénotation à leurs constituants. Les propositions qui sont *vraies selon les mêmes assignations possibles de dénotation* ont les *mêmes conditions possibles de vérité*. Ainsi l'ensem-ble U_p des propositions est un sous-ensemble de *PPrédications* x (*Circonstances* → *PVal*). Chaque proposition P est une paire ordonnée dont le premier élément id_1P est l'ensemble fini non-vide de ses prédications et le second id_2P la fonction associant à chaque circonstance possible l'ensemble de toutes les assignations possibles de dénotation selon lesquelles elle y est vraie.

Mon critère d'identité propositionnelle est beaucoup plus fin que celui des logiques modale, temporelle, inten-sionnelle et de la relevance. La logique prédicative distingue les propositions strictement équivalentes dont la structure de constituants diffère. Nous ne faisons pas les mêmes prédications en les exprimant. Ainsi il y a beaucoup plus qu'une proposition nécessairement vraie et qu'une proposition nécessairement fausse contrairement à ce que la logique classique prétend. Ma logique distingue en outre les propositions strictement équivalentes qui ne sont pas vraies en les mêmes circonstances selon les mêmes assignations possibles de dénotation. Elles ont alors différentes con-ditions possibles de vérité si bien que nous ne comprenons

[14] La vérité nécessaire des tautologies est donc à la fois métaphysique, logique et épistémique.

pas en les appréhendant qu'elles sont nécessairement équivalentes. Considérez la proposition élémentaire que la plus grosse baleine est un poisson et la conjonction que la plus grosse baleine est et n'est pas un poisson. Toutes deux sont composées d'une seule proposition élémentaire attribuant à la plus grosse baleine la propriété d'être un poisson. Et toutes deux sont nécessairement fausses. En chaque circonstance possible où il y a des baleines, celles-ci sont des mammifères. C'est une de leurs *propriétés essentielles communes*. Cependant les deux propositions considérées ont une différente valeur cognitive. Nous pouvons croire la première mais pas la seconde. Contrairement à W.T. Parry[15] je distingue pareilles propositions strictement équivalentes avec la même structure de constituants. La première est vraie selon beaucoup d'assignations possibles de dénotation à ses constituants, la seconde, par contre, selon aucune. C'est une pure contradiction.

1.6 La définition de la vérité

Selon la tradition philosophique, d'Aristote à Tarski, la *vérité* est basée sur la *correspondance* avec la réalité. Les propositions vraies représentent comment les objets sont dans le monde réel. Les objets de référence ont des propriétés et entretiennent des relations en chaque circonstance possible. Cependant elles pourraient avoir bien d'autres propriétés et entretenir bien d'autres relations en ces circonstances. En plus des façons dont les choses sont, il y a les façons possibles dont elles pourraient être. Nous considérons beaucoup de conditions possibles de vérité en exprimant et en comprenant les contenus propositionnels. La vérité de la plupart des propositions est compatible avec beaucoup de façons possibles dont les objets pourraient être. Néanmoins, pour qu'une proposition soit vraie en une circonstance donnée, les choses doivent y être comme cette proposition les représente. Autrement, il n'y aurait pas de

[15] Parry est le fondateur de la logique de l'implication analytique. Voir « Comparison of Entailment Theories » [1972]

correspondance. Dans cet ordre d'idées, une proposition *est vraie en une circonstance possible* quand elle y est vraie selon toute assignation possible de dénotation qui associe à ses constituants leurs réelles dénotations. Les seules propositions vraies en une circonstance sont donc celles dont la vérité en cette circonstance est compatible avec l'assignation réelle. Parmi les circonstances possibles beaucoup ne sont pas actuelles : leur moment appartient à un cours possible inactuel d'histoire de ce monde. Les seules propositions correspondant à des faits existants sont évidemment vraies à un moment dans le cours actuel d'histoire de ce monde. Les lois classiques de la théorie de la vérité suivent de ma définition concise.

1.7 Aspects cognitifs en théorie de la vérité

Comme je l'ai dit plus haut, à chaque agent a et moment m correspond un ensemble particulier $Val(a,m)$ contenant toutes les assignations possibles de dénotation aux sens *compatibles avec ce que cet agent croit à ce moment*. Quand l'agent a est pourvu de conscience au moment m, l'ensemble $Val(a,m)$ est restreint. $Val(a,m) \subset Val$. Grâce à son appareil conceptuel, la logique prédicative peut désor-mais définir rigoureusement la notion plus subjective de *vérité selon un agent : une proposition est vraie en une circonstance* selon un *agent a à un moment m* quand cet agent a à l'esprit au moment m tous ses constituants et cette proposition y est vraie selon toutes les assignations possibles $val \in Val(a,m)$ qui sont compatibles avec les croyances de cet agent à ce moment. En particulier, un agent croit une proposition à un moment quand cette proposition est vraie selon cet agent à ce moment dans l'histoire qui lui est propre. Comme il faut s'y attendre, les agents humains ont des certitudes. Les propositions tautologiques sont vraies et les propositions contradictoires fausses selon tous les agents qui les ont à l'esprit. Mais des propositions impossibles qui ne sont pas contradictoires peuvent être vraies et des propositions nécessaires qui ne sont pas tautologiques peuvent être fausses selon certains agents à des moments. Car elles ont d'autres conditions possibles de vérité que la condition vide et universelle respectivement.

Ainsi la logique du langage impose différentes limites à la réalité et à la pensée. Des propositions nécessairement fausses représentent des faits impossibles qui ne pourraient pas exister dans la réalité et dont nous ne pourrions jamais avoir l'expérience. Dans mon optique, il ne faut aucunement postuler des circonstances impossibles où pareils faits impossibles existeraient. Les faits impossibles sont *objectivement impossibles*. En chaque circonstance possible où il y a des baleines, elles sont des mammifères et non des poissons. Ainsi beaucoup de façons dont nous pouvons penser les objets ne représentent pas des façons possibles dont ces objets pourraient être. Certes, nous croyons parfois à tort que des faits objectivement impossibles existent (par exemple, que les baleines sont des poissons). L'existence de pareils faits est alors compatible avec certaines assignations possibles de dénotation qui ne respectent pas les propriétés essentielles des objets. Cependant pareilles conditions possibles de vérité déterminent des possibilités purement *subjectives*.

1.8 La notion d'implication forte

Nous, les agents humains, ne sommes pas parfaitement rationnels. Nous faisons des erreurs logiques et sommes même parfois incohérents. En outre, nous pensons sans faire toutes les inférences valides. Nous croyons (et affirmons) des propositions sans pour autant croire (et affirmer) toutes leurs conséquences logiques. Cependant nous ne sommes pas pour autant complètement irrationnels. Au contraire, nous manifestons une *rationalité minimale* bien déterminée en pensant et en parlant. D'abord nous savons *a priori* que certaines propositions sont nécessairement vraies. Quiconque pense une tautologie est certain qu'elle est nécessairement vraie. Ainsi nous ne pouvons croire les contradictions ni tenter de faire des choses contradictoires. Qui plus est, nous raisonnons naturellement et faisons toujours en pensant certaines inférences valides. Comme il y a beaucoup de tautologies avec des contenus propositionnels conditionnels, nous savons *a priori* que certaines propositions ne peuvent être vraies sans que d'autres le soient également. Nous ne pouvons donc croire (et affirmer) certaines propositions sans pour autant croire (et affirmer) d'autres. C.I. Lewis a découvert en logique modale une relation importante de *stricte implication* entre propositions qu'Hintikka[16] et d'autres ont utilisée pour expliquer à quelles croyances les agents sont engagés. Une proposition *implique strictement* une autre quand l'autre est vraie en chaque circonstance possible où elle est vraie. Selon Hintikka, quiconque croit une proposition croit toutes celles qu'elle implique strictement. Cependant nous ignorons quelles propositions sont liées par l'implication stricte, tout comme nous ignorons lesquelles sont nécessairement vraies.

Il nous faut donc une implication propositionnelle beaucoup plus fine que l'implication stricte en logique épistémique. Cette implication propositionnelle plus fine est *l'implication forte* de la logique prédicative : Une proposition P *implique fortement* une autre Q (en symboles $P \mapsto Q$) quand elle a les propositions élémentaires de l'autre, et qu'elle l'implique tautologiquement en ce sens qu'elle ne peut être vraie en une circonstance possible selon une assignation possible de dénotation sans que l'autre y soit également vraie selon la même assignation. En bref, $P \mapsto Q$ quand $id_1P \supseteq id_1Q$ et, pour chaque circonstance m/h, $id_2P(m/h) \subseteq id_2Q(m/h)$. Contrairement à l'implication stricte, l'implication forte est connue *a priori*. Quand une proposition implique fortement une autre, nous ne pouvons l'exprimer sans savoir *a priori* qu'elle implique cette autre. Car en l'exprimant nous avons par hypothèse à l'esprit toutes les propositions élémentaires de l'autre. Nous faisons tous les actes de référence et de prédication correspondants. Qui plus est, en comprenant ses conditions de vérité, nous

[16] Voir ma contribution « Attempt, Success and Action Generation: A Logical Study of Intentional Action » [2005]

distinguons *ipso facto* toutes les assignations possibles de dénotation à ses constituants propositionnels qui sont compatibles avec sa vérité en chaque circonstance. Celles-ci sont par hypothèse compatibles avec la vérité de l'autre proposition en les mêmes circonstances. Ainsi en l'exprimant nous avons la certitude qu'elle implique l'autre. La croyance et la connaissance sont donc fermées sous l'implication forte plutôt que stricte en logique épistémique.

2. Sémantique formelle pour une logique épistémique minimale

2.1.1 La langue – objet idéographique L de cette logique épistémique

Son lexique contient une série de *constantes individuelles* nommant des agents, de *constantes propositionnelles* exprimant des propositions et les expressions syncatégorématiques suivantes : $\wedge$, $\neg$, $\blacksquare$, $\geq$, *Tautologique*, *Croit*, (et) .

Les *règles de formations* de *L* sont habituelles. Les constantes propositionnelles sont des formules propositionnelles. Si a est une constante individuelle et A_p et B_p des formules propositionnelles, alors $\neg A_p$, $\blacksquare A_p$, *Tautologique* A_p, a*Croit*A_p , $(A_p \geq B_p)$ et $(A_p \wedge B_p)$ sont de nouvelles formules propositionnelles. L'interprétation naïve est claire. $\neg A_p$ exprime la *négation* vérifonctionnelle de la proposition exprimée par A_p , $\blacksquare A_p$ la *proposition modale* qu'il est absolument nécessaire que A_p, *Tautologique*A_p la proposition qu'il est tautologique que A_p et a*Croit*A_p celle que l'agent nommé par a croit que A_p. Enfin $(A_p \wedge B_p)$ exprime la *conjonction* des deux propositions exprimées par A_p et B_p et $(A_p \geq B_p)$ que la proposition exprimée par A_p a une structure de constituants identique ou plus riche que celle de la proposition exprimée par B_p.

J'utiliserai les *règles d'abréviation* habituelles pour l'élimination des parenthèses et les connecteurs $\vee$ de *disjonction*, $\Rightarrow$ *d'implication matérielle*, $\Leftrightarrow$ d'*équivalence* *matérielle*, ♦ de *possibilité* et —∈ *d'implication stricte*. Voici des *règles d'abréviation* pour de nouvelles notions :

- <u>*Certitude*</u> : a*Certain*A_p $=_{df}$ a*Croit*A_p $\wedge$ *Tautologique* A_p [17]
- <u>*Implication analytique*</u> : $A_p \rightarrow B_p =_{df} (A_p \geq B_p) \wedge (A_p$ —∈ $B_p)$
- <u>*Implication forte*</u> : $A_p \mapsto B_p =_{df} (A_p \geq B_p) \wedge$ *Tautologique* $(A_p \Rightarrow B_p)$
- <u>*Même structure de constituants*</u> : $A_p \equiv B_p =_{df} (A_p \geq B_p) \wedge (B_p \geq A_p))$
- <u>*Identité propositionnelle*</u> : $A_p = B_p =_{df} (A_p \mapsto B_p) \wedge B_p \mapsto A_p$
- <u>*Engagement psychologique fort*</u> : *Croire*A_p ▶ *Croire*B_p $=_{df}$ a*Croit*A_p $\mapsto$ a*Croit*B_p
- <u>*Engagement psychologique faible*</u> : *Croire*A_p ▷ *Croire*B_p $=_{df}$ a*Croit*A_p $\mapsto$ ¬a*Croit*¬B_p

2.1.2 *Définition d'une structure de modèle*[18]

Toute interprétation possible *M* de la langue idéographique **L** a la structure de *modèle* < *Moments*, *Individus*, *Agents*, *Concepts*, *Attributs*, *Val*, *Prédications*, *Croyance*, * , ⊗, ‖ ‖>, où *Moments*, *Individus*, *Agents*, *Concepts*, *Attributs*, *Val* et *Prédications* sont des ensembles non vides et *Croyance*, * , ⊗ et ‖ ‖ sont des fonctions satisfaisant aux clauses suivantes :

- L'ensemble *Moments* est un ensemble de *moments de temps*. Il est partiellement ordonné par la relation temporelle ≤ d'antériorité ou de simultanéité selon la conception ramifiée du temps. Dans le modèle *M*, $m_1 < m_2$

[17] Il s'agit ici de certitudes dont le contenu propositionnel est nécessairement vrai.
[18] Le lecteur peu intéressé à la sémantique formelle peut directement aller à la prochaine section qui présente les axiomes de ma logique épistémique.

quand le moment m_1 est *antérior au* moment m_2. Par définition, le futur est ouvert mais le passé unique. Ainsi deux moments distincts $m_1 \neq m_2$ ont un ancêtre historique commun m tel que m < m_1 et m < m_2. Et deux moments antérieurs à un même moment sont liés par la relation temporelle ≤ càd si m_1 < m et m_2 < m alors ou bien $m_1 = m_2$ ou bien $m_1 < m_2$ ou bien $m_2 < m_1$. Une chaîne maximale de moments est appelée une *histoire h*. Elle représente un cours possible d'histoire de ce monde réel. L'ensemble *Circonstances* de toutes les *circonstances possibles* contient toutes les paires *m/h* dont le moment *m* appartient à l'histoire *h*. Parmi les différentes histoires auxquelles appartient un moment *m* il en existe une, l'histoire h_m, représentant comment le monde continuerait après ce moment. Si $m' \in h_m$ alors $h_m = h_{m'}$.

- L'ensemble *Individus* est l'ensemble des *objets individuels* possibles. À chaque moment *m* correspond l'ensemble $Individus_m$ des objets individuels existant à ce moment. *Agents* est un sous ensemble non vide de l'ensemble *Individus* qui contient des *personnes.*

- *Concepts* est l'ensemble des *concepts individuels* et *Attributs* l'ensemble des *attributs* d'individus considérés dans le modèle *M.* Pour tout nombre naturel n, *Attributs*(n) contient les *attributs* de degré n de l'ensemble *Attributs*.

- L'ensemble $Val \subset ((Concepts \times Circonstances) \rightarrow (Individus \cup \{\varnothing\})) \cup \bigcup_n ((Attributs(n) \times Circonstances) \rightarrow P(Concepts^n))$.

Val contient toutes les *assignations* possibles de *dénotation* du modèle M. Pareilles assignations sont appelées des *évaluations* possibles *de constituants propositionnels*. Quand *val* $(c_e, m/h) \in Individus$, le concept individuel c_e a une denotation en la circonstance *m/h* selon l'assignation *val*. Autrement *val* $(c_e, m/h) = \varnothing$. Pour chaque attribut R_n de degré n, val $(R_n, m/h) \in P(Concepts^n)$. L'ensemble *Val* contient une *évaluation réelle* val*M* qui assigne aux concepts et attributs leur *dénotation actuelle* en chaque circonstance possible selon le modèle *M*. Qui plus est, à chaque agent *a*, moment *m* and assignation *val* correspond un ensemble particulier *val*(*a*,*m*) contenant tous les constituants de *Concepts* ∪ *Attributs* que l'agent *a* a à l'esprit à ce moment selon cette assignation.

- *Croyance* est une fonction de *Agents* × *Moments* × *Val* en $\mathcal{P}$(*Val*) qui associe à chaque agent *a*, moment *m* et évaluation va*l*, l'ensemble non vide $Croyance^{a}_{m}(val) \subseteq Val$ de toutes les assignations possibles de dénotation qui sont compatibles avec les croyances que l'agent *a* possède au moment *m* selon cette évaluation. La relation de compatibilité épistémique correspondant à $Croyance^{a}_{m}$ est transitive. En outre, $val(a,m) \subseteq val'(a,m)$ quand $val' \in Croyance^{a}_{m}(val)$. Comme on peut s'y attendre, $Croyance^{a}_{m}(val_M) = Val$ quand $a \notin Individus_m$.[19]

- L'ensemble *Prédications* $\subset \mathcal{P}$(*Attributs* ∪ *Concepts*) x $\mathcal{P}$*Circonstances*. Il contient toutes les *prédications* que l'on peut faire en utilisant la langue **L**. Chaque prédication de la forme $(R_n\ c^1_e,\ldots,\ c^n_e)$ est identique à la paire ordonnée $<\{R_n,c^1_e,\ldots,\ c^n_e\},\ \{m/h\ /\ <c^1_e,\ldots,c^n_e> \in val_M(R_n,m/h)\}>$. L'ensemble $\mathcal{P}$*Prédications* est fermé sous l'union ∪, une opération modale unaire * et, pour chaque agent *a*, une opération épistémique unaire $\otimes_a$ telles que pour chaque Γ, Γ_1 et $\Gamma_2 \in \mathcal{P}$*Prédications*, $\Gamma \subseteq {}^*\Gamma$ et ${}^*\Gamma \subseteq \otimes_a \Gamma$. En outre, ${}^*(\Gamma_1 \cup \Gamma_2) = {}^*\Gamma_1 \cup {}^*\Gamma_2$ et ${}^{**}\Gamma = {}^*\Gamma$. Et de même, $\otimes_a (\Gamma_1 \cup \Gamma_2) = \otimes_a \Gamma_1 \cup \otimes_a \Gamma_2$ et $\otimes_a \otimes_a \Gamma = \otimes_a \Gamma$. Enfin, quand $Croyance^{a}_{m}(val) \neq Val$ et l'ensemble des constituants de $\Gamma \subseteq val(a,m)$, l'ensemble de ceux de $\otimes_a\Gamma \subseteq val(a,m)$ aussi[20].

- ‖ ‖ est une fonction d'interprétation qui associe à chaque constante individuelle a un agent ‖a‖ ∈ *Agents* et à chaque

[19] Seuls des agents qui existent ont des croyances.
[20] Comme on peut s'y attendre, chaque agent pourvu de croyances a des croyances sur lui-même. En particulier vu la transitivité de $Croyance^{a}_{m}$, quiconque a une croyance croit aussi avoir cette croyance.

formule propositionnelle A_p la proposition $\|A_p\|$ que cette formule exprime selon le modèle *M*. Chaque proposition a deux traits essentiels : l'ensemble de toutes ses prédications et celui de toutes les assignations possibles de dénotation selon lesquelles elle est vraie. Ainsi l'ensemble U_p de toutes les propositions exprimables est le plus petit sous-ensemble de $\mathcal{P}Prédications \times (Circonstances \rightarrow PVal)$ défini récursivement comme suit :

- U_p contient toutes les *propositions élémentaires P* telles que $id_1P = \{(R_n\ c_e^1,\ldots,\ c_e^n)\}$ et $id_2P\ (m/h) = \{val\ /\ <c_e^1,\ldots,c_e^n> \in val(R_n\ ,m/h)\}$.

L'ensemble U_p est évidemment fermé sous des opérations correspondant aux constantes logiques :

- $id_1\|\neg B_p\| = id_1\|B_p\|)$ et $id_2\|\neg B_p\|\ (m/h) = Val - id_2\,(\|B_p\|\ (m/h)$.
- $id_1\|Tautologique B_p\| = {}^*\ id_1\|B_p\|$ et $id_2\|Tautologique B_p\|\ (m/h) = Val$ quand $id_2\|B_p\|\ (m/h) = Val$. Autrement, $id_2\ \|Tautologique B_p\|\ (m/h) = \varnothing$.
- $id_1\|\blacksquare B_p\| = {}^*\ id_1\|B_p)$ et $id_2\|\blacksquare B_p\|\ \ (m/h) = \bigcap_{m'/h' \in Circonstances} id\ _2\|B_p\|(m'/h'\}$.
- $id_1(\|B_p \wedge C_p\|) = id_1(\|B_p\|) \cup id_1(\|C_p\ \|)$; $id_2\|B_p \wedge C_p\ \|\ (m/h) = id_2\|B_p\|\ (m/h) \cap id_2C_p\ \|\ (m/h)$.
- $id_1(\|B_p \geq C_p\ \|) = {}^*(id_1(\|B_p\|) \cup id_1(\|C_p\ \|))$ et $id_2\|B_p \geq C_p\ \|\ (m/h) = Val$ quand $id_1\|B_p\| \supseteq id_1\|C_p\|$. Autrement, $id_2\|B_p \geq C_p\ \|\ (m/h) = \varnothing$.
- Enfin, $id_1\|aCroit B_p\| = \otimes_a\ id_1\|B_p\|)$ où $\|a\| = a$ et $id_2\|aCroit B_p\|\ (m/h) = \{val \in Val$ / pour chaque $(R_n\ c_e^1,\ldots,\ c_e^n) \in id_1\|B_p\|,\ \{R_n,\ c_e^1,\ldots,\ c_e^n\} \subseteq val(\|a\|,m)$ et $Croyance_m^a(val) \subseteq id_2\|B_p\|\ (m/h_m)$.

2.3 *Définition de la vérité et de la validité*

Une formule propositionnelle A_p de **L** est *vraie* en une circonstance possible *m/h* selon un modèle standard *M* quand $\|A_p\|$ est vraie en *m/h* selon $val\mathcal{M}$, c'est-à-dire quand

$valM_{.} \in id_2\|A_p\|$ (m/h). La formule A_p est *valide* (en symboles : $\models A_p$) quand elle est vraie en toute circonstance possible selon tout modèle standard de **L**.

3 *Un système axiomatique*

Je conjecture que les formules valides de **L** sont prouvables dans le système axiomatique qui suit :

3.1.1 Axiomes

Les axiomes de mon système sont toutes les instances dans la langue L des schémas d'axiomes classiques de la logique des fonctions de vérité et de la logique modale S5 ainsi que les instances des nouveaux schémas :

<u>Schémas de tautologies</u>

- (1) $\mathit{Tautologique}A_p \Rightarrow \blacksquare A_p$
- (2) $\mathit{Tautologique}A_p \Rightarrow \mathit{Tautologique}\ \mathit{Tautologique}\ A_p$
- (3) $\neg\mathit{Tautologique}A_p \Rightarrow \mathit{Tautologique}\ \neg\mathit{Tautologique}\ A_p$
- (4) $\mathit{Tautologique}A_p \Rightarrow (\mathit{Tautologique}\ (A_p \Rightarrow B_p) \Rightarrow \mathit{Tautologique}B_p)$

<u>Schémas d'identité propositionnelle</u>

- (5) $A_p = A_p$
- (6) $A_p = B_p \Rightarrow (C \Rightarrow C^*)$ où C* et C sont des formules propositionnelles qui diffèrent au plus par le fait qu'une occurrence de B_p en C* remplace une occurrence de A_p en C.
- (8) $A_p = B_p \Rightarrow \mathit{Tautologique}(A_p = B_p)$ (9) $\neg(A_p = B_p) \Rightarrow \mathit{Tautologique}\neg\ (A_p = B_p)$

<u>Schémas de croyance</u>

- (10) $(a\mathit{Croit}A_p \wedge a\mathit{Croit}B_p) \Rightarrow (a\mathit{Croit}(A_p \wedge B_p))$
- (11) $\mathit{Tautologique}A_p \Rightarrow \neg a\mathit{Croit}\neg A_p$
- (12) $a\mathit{Croit}A_p \Rightarrow ((A_p \mapsto B_p) \Rightarrow (a\mathit{Croit}B_p))$
- (13) $a\mathit{Croit}A_p \Leftrightarrow (a\mathit{Croit}a\mathit{Croit}A_p)$
- (14) $a\mathit{Croit}A_p \Rightarrow a\mathit{Croit}\blacklozenge A_p$

<u>Schémas de composition propositionnelle</u>

- (15) $A_p \geq B_p \Rightarrow$ *Tautologique* $(A_p \geq B_p)$ (16) $\neg(A_p \geq B_p)$ $\Rightarrow$ *Tautologique*$\neg(A_p \geq B_p)$
- (17) $A_p \geq A_p$ (18) $(A_p \geq B_p) \Rightarrow ((B_p \geq C_p) \Rightarrow (A_p \geq C_p))$
- (19) $(A_p \wedge B_p) \geq A_p$ (20) $(A_p \wedge B_p\ ) \geq B_p$
- (20) $(C_p \geq A_p) \Rightarrow ((C_p \geq B_p) \Rightarrow (C_p \geq (A_p \wedge B_p)))$
- (21) $\neg A_p \equiv A_p$ (22) *Tautologique*$A_p \equiv \blacksquare A_p$
- (23) $(A_p \geq B_p) \equiv \blacksquare(A_p \wedge B_p)$
- (24) $\blacksquare A_p \geq A_p$ (25) a*Croit*$A_p \geq \blacksquare A_p$
- (26) $\blacksquare\neg A_p \equiv \blacksquare A_p$ (27) $\blacksquare(A_p \wedge B_p\ ) \equiv (\blacksquare A_p \wedge \blacksquare B_p)$
- (28) $\blacksquare\blacksquare A_p \equiv \blacksquare A_p$
- (29) a*Croit* $\neg A_p \equiv$ a*Croit* A_p (30) a*Croit* $(A_p \wedge B_p\ ) \equiv$ (a*Croit* $A_p \wedge$ a*Croit*B_p)
- (31) a*Croit* a*Croit* $A_p \equiv$ a*Croit* A_p

Mes deux règles d'inférence sont **:**

- ***La règle du Modus Ponens*** **:** de deux formules de la forme A_p et $(A_p \Rightarrow B_p)$ inférer B_p.
- ***La règle pour tautologiser*** **:** d'un théorème A_p inférer *Tautologique*A_p.

4. Importantes lois valides de logique épistémique

Voici des lois caractéristiques de ma logique épistémique.

4.1 Lois de structure de constituants

Chaque proposition est composée des propositions élémentaires de ses arguments. Ainsi $\vDash A_p \geq B_p$ quand B_p fait partie de A_p. Cependant les propositions modales et épistémiques ont en général plus de propositions élémentaires que leurs arguments. De façon générale, $\nvDash A_p \geq \blacksquare A_p$ et $\nvDash \blacksquare A_p \geq$ a*Croit*A_p.

4.2 Lois sur la propriété d'être une tautologie

Toute tautologie est nécessairement vraie et toute contradiction nécessairement fausse, mais pas l'inverse.$\vDash$ (*Tautologique*A_p) $\Rightarrow \blacksquare A_p$. Mais $\nvDash \blacksquare A_p \Rightarrow$

TautologiqueA_p Il y a des tautologies modales et épistémiques. Ainsi $\vDash$ *Tautologique* ($\blacksquare A_p \Rightarrow A_p$).

4.3 Lois de rationalité minimale

Les agents humains ne sont pas parfaitement mais *minimalement rationels*. Ils ne sont pas toujours cohérents. $\nvDash \neg\blacklozenge A_p \Rightarrow$ a*Croit*$\neg A_p$. Ils ne sont pas non plus logiquement omniscients. Ils ignorent des vérités nécessaires et des tautologies. $\nvDash \blacksquare A_p \Rightarrow$ a*Croit*A_p et même $\nvDash$ *Tautologique*A_p $\Rightarrow$ a*Croit*A_p. Pour croire une tautologie un agent doit en effet avoir à l'esprit ses constituants.

Cependant les agents sont minimalement cohérents. Ils ne peuvent croire qu'une tautologie soit fausse ni qu'une contradiction soit vraie. $\vDash$*Tautologique*$A_p \Rightarrow \neg$a*Croit*$\neg A_p$ et $\vDash$*Tautologique*$\neg A_p \Rightarrow \neg$a*Croit*$A_p$. Nul ne peut avoir à l'esprit une tautologie sans *savoir* qu'elle est nécessairement vraie. $\vDash$*Tautologique*$A_p \Rightarrow$ (a*Croit*$A_p \Rightarrow$ a*Certain*A_p).

4.4 Lois d'implication tautologique

L'implication tautologique est évidemment beaucoup plus fine que l'implication stricte. $\vDash$ *Tautologique*($A_p \Rightarrow B_p$) $\Rightarrow$ ($A_p \multimap B_p$). Mais $\nvDash$ ($A_p \multimap B_p$) $\Rightarrow$ *Tautologique* ($A_p \Rightarrow B_p$). Les propositions nécessairement varies sont impliquées strictement par toutes les autres. $\vDash \blacksquare A_p \Rightarrow$ ($B_p \multimap A_p$). Mais seules des tautologies impliquent tautologiquement d'autres tautologies. $\vDash$ ((*Tautologique*B_p) $\wedge$ *Tautologique* ($A_p \Rightarrow B_p$)) $\Rightarrow$ *Tautologique*A_p. Ainsi $\nvDash \blacksquare A_p \Rightarrow$ *Tautologique*($B_p \Rightarrow A_p$). De même, les propositions nécessairement fausses impliquent strictement toutes les autres. $\vDash \blacksquare\neg A_p \Rightarrow$ ($A_p \multimap B_p$). Mais seules des contradictions impliquent tautologiquement des contradictions. Ainsi $\nvDash \blacksquare\neg A_p \Rightarrow$ *Tautologique*($A_p \Rightarrow B_p$).

Les ensembles de nos croyances et certitudes ne sont sont pas fermés sous l'implication tautologique. $\nvDash$ (*Tautological* ($A_p \Rightarrow B_p$)) $\Rightarrow$ (a*Croit*$A_p \Rightarrow$ a*Croit*B_p)) Et de même pour *Certain*. Car $\nvDash$ (*Tautologique* ($A_p \Rightarrow B_p$)) $\Rightarrow$ ($A_p \geq B_p$)). Cependant quiconque croit une proposition ne peut croire la négation d'une proposition que la première implique tautologiquement. Car la conjonction des deux est une contradiction. C'est pourquoi l'implication tautologique engendre des *engagements psychologiques* et *illocutoires faibles*. En logique illocutoire, toute assertion *engage faiblement* le locuteur à affirmer chaque proposition que son contenu propositionnel implique tautologiquement[21]. De même, $\models$ *Tautologique* $(A_p \Rightarrow B_p) \Rightarrow$ (a*Croit*A_p —∈ $\neg$a*Croit*$\neg B_p$) en logique épistémique.

4.5 *Lois d'implication forte*

L'implication forte est plus fine que les implications propositionnelles stricte, tautologique et analytique. Elle exige une structure de constituants identique ou plus riche en plus d'une implication tautologique. Une proposition peut donc ne pas en impliquer une autre fortement pour deux raisons. L'autre exige de nouvelles prédications. $\models \neg(A_p \geq B_p) \Rightarrow \neg(A_p \mapsto B_p)$. En ce cas, one peut penser la première sans penser la seconde. Ou elle n'implique pas tautologiquement l'autre. $\models \neg$*Tautologique*$(A_p \Rightarrow B_p) \Rightarrow \neg(A_p \mapsto B_p)$. En ce cas, même si la première implique la seconde, on peut l'ignorer. L'implication analytique n'exige pas l'implication tautologique. Par conséquent, $\not\models (A_p \to B_p) \Rightarrow$ *Tautologique*$(A_p \Rightarrow B_p)$. C'est pourquoi $\not\models (A_p \to B_p) \Rightarrow$ (a*Croit*$A_p \Rightarrow$ a*Croit* B_p). Contrairement aux implications stricte, analytique et tautologique l'implication forte est anti-symétrique. Ainsi $\models A_p \mapsto B_p \Leftrightarrow ((A_p \wedge B_p) = A_p)$.

L'implication forte est *décidable*. Car $\models A_p \geq B_p$ quand toutes les constantes propositionnelles de B_p sont en A_p. Et $\models$ *Tautologique*$(A_p \Rightarrow B_p)$ quand tous les tableaux sémantique pour $(A_p \Rightarrow B_p)$ ferment. Les tableaux sémantiques de ma logique épistémique sont tirés de ceux de la logique modale S5.

Qui plus est, l'implication forte est *finie* : chaque proposition implique fortement un nombre fini d'autres. Car

[21] Voir "Success, Satisfaction and Truth in the Logic of Speech Acts and Formal Semantics" [2004] et mon livre ***Meaning and Speech Acts*** [1990-91]

elle contient un nombre fini de propositions élémentaires. Ainsi chaque proposition implique fortement les seules tautologies ayant ses propositions élémentaires. $\models$ *Tautologique*$B_p \Rightarrow (A_p \mapsto B_p \Leftrightarrow A_p \geq B_p)$. De même une contradiction implique fortement les seules propositions ayant ses propositions élémentaires. Ainsi $\models$ *Tautological* $\neg A_p \Rightarrow (A_p \mapsto B_p \Leftrightarrow A_p \geq B_p)$
Pour toutes ces raisons, l'implication forte est connue *a priori*. $\models (A_p \mapsto B_p) \Rightarrow$ (a*Croit*$A_p \Rightarrow$ *Certain*a$(A_p \Rightarrow B_p)$). Cependant, elle n'obéit pas à la règle du *Modus Tollens*. Ainsi, $\not\models (A_p \mapsto B_p) \Rightarrow (\neg B_p \mapsto \neg A_p)$. Car $\not\models (A_p \mapsto B_p) \Rightarrow (B_p \geq A_p)$. So $\not\models (A_p \mapsto B_p) \Rightarrow$ (a*Croit*$\neg B_p \Rightarrow$ a*Croit*$\neg A_p$).

4.6 Déduction naturelle

Les lois valides d'inférence de la déduction naturelle engendrent de l'implication forte quand les constantes propositionnelles de leur conclusion sont dans leurs prémisses. Ce qui donne les lois suivantes d'introduction et d'élimination :

- La *loi d'introduction de la croyance* : $\models A_p \mapsto B_p \Rightarrow$ a*Croit*$A_p \mapsto$ a*Croit*B_p
- La *loi d'élimination de la conjonction* : $\models (A_p \wedge B_p) \mapsto A_p$ et $\models (A_p \wedge B_p) \mapsto B_p$
- La *loi d'élimination de la disjonction* : $\models ((A_p \mapsto C_p) \wedge (B_p \mapsto C_p)) \Rightarrow (A_p \vee B_p) \mapsto C_p$
- *Échec de la loi d'introduction de la disjonction* : $\not\models A_p \mapsto (A_p \vee B_p)$.

L'implication forte est donc plus fine que l'*entailment* qui obéit lui à la loi d'introduction de la disjonction. Ainsi $\not\models$ a*Croit*$A_p \mapsto$ a*Croit* $(A_p \vee B_p)$.

- La *loi d'introduction de la négation* : $\models A_p \mapsto O_t \Rightarrow (A_p \mapsto \neg A_p)$ où O_t est n'importe quelle contradiction.
- *Échec de la loi d'élimination de la négation* : $\not\models (A_p \wedge \neg A_p) \mapsto B_p$

Les agents peuvent avoir des croyances incompatibles. Ils sont *paracohérents*.
$\nvDash(A_p$ —∈ $\neg B_p) \Rightarrow \neg\blacklozenge$ a*Croit* $(A_p \wedge B_p)$ $\nvDash(A_p$ —∈ $\neg B_p) \Rightarrow$ (a*Croit* $(A_p \wedge B_p) \Rightarrow$ a*Croit* $C_p)$
Mais ils respectent la principe de non contradiction. $\models \neg\blacklozenge$ a*Croit* $(A_p \wedge \neg A_p)$

- La *loi d'élimination de l' implication matérielle* : $\models (A_p \wedge (A_p \Rightarrow B_p)) \mapsto B_p$
- La *loi d'élimination de* la *nécessité* : $\models \blacksquare A_p \mapsto A_p$
- La *loi d'élimination de* la *possibilité* : $\models \blacklozenge A_p \mapsto B_p \Rightarrow A_p \mapsto B_p$

4.7 Lois d'identité propositionnelle

Les *lois Booléennes* classiques *d'idempotence, de commutativité, d'associativité et de distributivité* sont des lois valides d'identité propositionelle :
Ainsi $\models$ a*Croit* $(A_p \wedge A_p)$ = a*Croit*A_p ; $\models$a*Croit* $(A_p \wedge B_p)$ = a*Croit* $(B_p \wedge A_p)$; $\models$a*Croit*$\neg(A_p \vee B_p)$ = a*Croit* $(\neg A_p \wedge \neg B_p)$; $\models$a*Croit* $(A_p \wedge (B_p \vee C_p))$ = a*Croit* $((A_p \wedge B_p) \vee (A_p \wedge C_p))$ et $\models$a*Croit* $\blacksquare(A_p \wedge B_p)$ = a*Croit* $(\blacksquare A_p \wedge \blacksquare B_p)$.

Les lois classiques de *réduction* sont aussi valides : $\models \neg\neg A_p = A_p$ et $\models$ a*Croit*a*Croit*A_p = a*Croit*A_p. Contrairement à la logique hyperintensionnelle, la logique prédicative n'exige pas que les propositions identiques soient *intensionnellement isomorphes*[22]. Comme je l'ai dit plus haut, certaines relations sont telles qu'on peut les prédiquer en des ordres différents à de mêmes objets sans que cela change les conditions de vérité. De même, l'ordre et le nombre de certaines applications des opérations

[22] Voir Cresswell, M. J. (1975). Hyperintensional Logic. *Studia Logica 34*.

propositionnelles n'affecte pas la forme logique. Il est clair que $\models(A_p \Leftrightarrow B_p) = (B_p \Leftrightarrow A_p)$. L'isomorphisme intensionnel est un critère d'identité propositionnel trop fort. On a absolument besoin de lois comme $\models$a*Croit*$(A_p \Leftrightarrow B_p)$ = a*Croit*$(B_p \Leftrightarrow A_p)$ en logique épistémique.
Cependant, l'identité propositionnelle exige beaucoup plus que la *co-entailment* de la logique de la pertinence. Selon M. Dunn, il est infortuné que les formules des formes A_p et $(A_p \wedge (A_p \vee B_p)$ se co-impliquent en cette logique[23]. En effet, quand la proposition que B_p contient de nouveaux sens, les formules de telles formes ne sont pas synonymes. Comme $\not\models A_p \mapsto (A_p \wedge (A_p \vee B_p)$, $\not\models$ a*Croit* $A_p \mapsto$ a*Croit* $(A_p \wedge (A_p \vee B_p)$ dans ma logique épistémique[24].

[23] Voir ses rumifications philosophiques dans Anderson *et al.* (1992). *Entailment The Logic of Relevance and Necessity*.
[24] Une logique prédicative générale des propositions traitant de la generalisation, des modalités logiques et historiques, du temps ramifié et de l'action est élaborée dans mon prochain livre ***Logic Truth & Thought***.

Bibliographie

ANDERSON, A. R., BELNAP, N. & DUNN, J. M. (1992). *Entailment The Logic of Relevance and Necessity.* Princeton University.

BEALER, G. (1982). *Quality and Concept*. Oxford University Press.

CARNAP, R. (1956). *Meaning and Necessity.* University of Chicago Press.

CHERNIAK, C. (1986) *Minimal Rationality*. Bradford Books, MIT Press.

CHURCH, A. (1951). A Formulation of the Logic of Sense and denotation. In Henle, P. *et al.* (Eds), *Structure, Method and Meaning*. Liberal Arts Press.

CRESSWELL, M. J. (1975). Hyperintensional Logic. *Studia Logica*, *34*, 25 – 38.

FINE, K. (1986). Analytic Implication. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, *27*(2).

FREGE, G. (1970). On Sense and reference. In Geach, P. & Black, M. (Eds), *Translations from the philosophical Writings of Gottlob Frege*. Blackwell.

HINTIKKA, J. (1962). *Knowledge and Belief*. Cornell University Press.

KAPLAN, D. (1979). On the Logic of Demonstratives, *Journal of Philosophical Logic*, *8*, 716 – 29.

KRIPKE, S. (1977). Speaker Reference and Semantic Reference. In French, P.A. *et al* (Eds). *Contemporary Perspectives in the Philosophy of Language*. University of Minnesota Press.

BARCAN, M. R. (1993). *Modalities*. Oxford University Press.

LEWIS, C. I. (1918). *A Survey of Symbolic Logic*. University of California Press.

PARRY, W.T. (1972). Comparison of Entailment Theories. *The Journal of Symbolic Logic*, *37*.

STRAWSON, P.F. (1974). *Subject and Predicate in Logic and Grammar.* Methuen.

VANDERVEKEN, D. (1991). *Meaning and Speech Acts.* Cambridge University Press. (Volume 1: *Principles of Language Use.* Volume 2 (1991): *Formal Semantics of Success and Satisfaction*.)

VANDERVEKEN, D. (2001). Universal Grammar and Speech Act Theory. *In* Vanderveken, D. & Kubo, S. (Eds), *Essays in Speech Act Theory*. Benjamins, P&b ns, 77 (pp. 25 – 62).

VANDERVEKEN, D. (2003). *Formal Ontology, Propositional Identity and Truth According to Predication With an Application of the Theory of Types to Modal and Temporal Propositions. Cahiers d'Épistémologie*, *294*(2003-03). Université du Québec à Montréal (www.philo.uqam.ca).

VANDERVEKEN, D. (2004). Success, Satisfaction and Truth in the Logic of Speech Acts and Formal Semantics. In Davis, S. & Gillan, B. (Eds). *Semantics A Reader*. Oxford University Press, 710 – 734.

VANDERVEKEN, D. (2005). Propositional Identity Truth According to Predication and Strong Implication With a Predicative Formulation of Modal Logic. *In* Vanderveken, D. (Ed). *Logic, Thought & Action*, Springer,185 – 216.

VANDERVEKEN, D. (2005). Attempt, Success and Action Generation: A Logical Study of Intentional Action. In VANDERVEKEN, D. (Ed) *Logic, Thought & Action*, 316 – 342 (*op. cit.*).

VANDERVEKEN, D. (à paraître prochainement). *Propositions, Truth & Thought*.